

ANDRÉS NAVAS

UN
33 HISTORIAS
VIAJE
MATEMÁTICAS
A LAS
ASOMBROSAS
IDEAS

Un viaje a las ideas

Biografía

Andrés Navas (Santiago de Chile, 1976) es doctor en Matemática de la École Normale Supérieure de Lyon (Francia). Académico a tiempo completo de la Universidad de Santiago de Chile desde 2007, ha sido profesor invitado en instituciones como el Institut des Hautes Études Scientifiques, Caltech, la Universidad de Cambridge y la Universidad de Tokyo. Es autor de más de sesenta artículos de investigación y del libro *Groups of Circle Diffeomorphisms*, publicado por la Universidad de Chicago. El año 2013 fue galardonado con el Premio del Consejo Matemático de las Américas, y el 2016 por la Unión Matemática de América Latina y el Caribe. Apasionado por la divulgación científica, desde su cargo de presidente de la Sociedad de Matemática de Chile (2014-2018) ha colaborado incansablemente con olimpiadas y campeonatos de matemáticas, y ha sido impulsor del Festival de Matemática de nuestro país.

Andrés Navas

Un viaje a las ideas

33 historias matemáticas asombrosas



Este libro no podrá ser reproducido,
ni total ni parcialmente, sin el previo
permiso escrito del editor. Todos los
derechos reservados.

Queda expresamente prohibida la
utilización o reproducción de este libro
o de cualquiera de sus partes con el
propósito de entrenar o alimentar sistemas
o tecnologías de inteligencia artificial.

© 2017, Andrés Navas

Derechos exclusivos de edición
© 2025, Editorial Planeta Chilena S.A.
Avda. Andrés Bello 2115, 8° piso,
Providencia, Santiago de Chile
www.planetadelibros.cl

1° edición en este formato: abril de 2025

Diagramación:
Ricardo Alarcón Klaussen

ISBN: 978-956-6293-65-1
Inscripción N° 279.091

Impresión y encuadernación: Respuesta Gráfica. División Libros
Printed in Uruguay - Impreso en Uruguay

Dedicatoria

A mi primer gran maestro, Cecilia Saavedra Herrera (de la Escuela D174 República de Francia), quien, siendo heredera de la tradición del profesorado normalista, concebía la educación como un doble oficio de rigor y entrega sin límites. Mis agradecimientos por todas esas lecciones de las cuales era simplemente imposible olvidar nada, incluida una peculiar enseñanza matemática: “Para saber si un número es divisible por 7, basta dividirlo por 7”.

A la memoria de Ramón Correa Soto (uno de los valientes del Congreso de Catapilco; capítulo 23), quien a lo largo de toda su carrera trabajó incansablemente por el desarrollo de la matemática chilena, al punto de hacerme llegar, a pesar de la enfermedad que lo aquejaba, su lista de observaciones al original de este libro tan solo unos días antes de su partida.

A la memoria del matemático francés Jean-Christophe Yoccoz, un científico gigante (recompensado con una Medalla Fields en 1994) cuya extraordinaria humildad y gentileza desviaron el rumbo hacia nuestro país, el cual visitó en diversas ocasiones para dictar cursos, organizar conferencias y guiar estudiantes de doctorado (Juan Rivera-Letelier y Mario Ponce). Mis agradecimientos por esas tensas tardes de invierno en 2003 contemplando el volcán Licancabur por la ventana de un café en San Pedro de Atacama mientras mi tesis de doctorado se iba lentamente llenando con sus amables anotaciones en tinta de color rojo...

A la memoria de José Balmes (Premio Nacional de Artes Plásticas 1999), quien, en 1995, a petición del entonces presidente de la Sociedad de Matemática de Chile –Samuel Navarro–, pintó un cuadro* de inspiración matemática para promocionar la

* El cuadro original de Balmes desapareció desde las dependencias del diario *El Mercurio* el mismo año 1995, y hasta la fecha se encuentra “extraviado”.

Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas en Viña del Mar (uno de los ganadores de esa competencia para adolescentes fue Artur Ávila, quien diecinueve años más tarde se convertiría en el primer latinoamericano en ganar una Medalla Fields). En dicha ocasión, Balmes accedió a realizar tan curiosa obra argumentando que “tanto matemáticos como artistas estamos igual de locos”. Unos días antes de su fallecimiento, dio su autorización para que su obra (reproducida abajo) pudiese aparecer en este libro.



Índice

Dedicatoria	7
Antes de empezar este viaje	13
1. La dimensión hermosa y desconocida de la primera bandera de Chile	19
2. Sobre <i>Ángeles y demonios</i> : matemática, arte y placer	29
3. El triunfo de los hexágonos	36
4. El regreso de los pentágonos	39
5. Los cuasicristales: una historia de química, matemática, meteoritos, arte islámico y papel tisú	45
6. Cortando y pegando (y comiendo) chocolate	51
7. La multiplicación de los panes y de los peces	59
8. El día en que casi le robaron los decimales a π	65
9. Platón, Arquímedes y la <i>Cachaña</i>	72
10. El Bayern de Múnich y la geometría de un estadio	83
11. Todos los mapas del mundo	89
12. La célula de su teléfono y la geometría de La Haya	98
13. Reflexiones sobre una mesa coja	106
14. Poincaré, Perelman y el millón de dólares	110
15. Haciendo memoria	119
16. Un problema en dos dimensiones en busca de un final feliz	128
17. El festival del caos de Olmué	131
18. Pixar y los fractales: otro Óscar para la matemática	137
19. Fermat, Wiles y el Nobel de la Matemática	144
20. Sofía Kovalévskaya: el heroico gorrión de la matemática	151
21. La dura carrera de tres mujeres matemáticas	155
22. El trágico destino de cuatro matemáticos que cambiaron nuestra forma de pensar (y el mundo)	162

23. El congreso de matemática de Catapilco	179
24. Boris Weisfeiler: la obra imperecedera del matemático desaparecido en Chile en 1985	186
25. Felicidad fraudulenta	191
26. Curiosamente matemáticos.....	199
27. La blanca flor de la matemática	208
28. Formas de multiplicar en casa	215
29. Las infinitas maneras de seguir adelante	230
30. Ramanujan: el hindú al que los números le soplaban sus secretos.....	238
31. La soledad de un nuevo número primo	244
32. Bienvenido el computador.....	251
33. Siete problemas inocentes que nadie ha podido resolver aún.....	261
Epílogo: La ciencia de la esencia	271
Agradecimientos	281
Índice temático	285
Índice académico de nombres	288

*“Gracias a la vida, que me ha dado tanto,
me dio el corazón, que agita su marco,
cuando miro el fruto, del cerebro humano”.*

VIOLETA PARRA

Antes de empezar este viaje

“Para nuestros mayores, la poesía fue un objeto de lujo, pero para nosotros es un objeto de primera necesidad”. Esta frase, acuñada por Nicanor Parra en su “Manifiesto”, es perfectamente aplicable hoy a la ciencia. Así, los “resplandores” de esta “debieran llegar a todos por igual, pues alcanza para todos”. Ahora bien, ¿cómo propiciar este acercamiento de la gente a la ciencia más allá de las instancias educacionales tradicionales? ¿Cómo ofrecer un acceso a la vez rápido y certero a esa “oscura” actividad humana que tal vez sea —muchas veces sin que se sepa— la que más influye en nuestras vidas, y que seguirá modificando por siempre nuestros patrones de comportamiento? Libros, museos, festivales culturales, programación tanto radial como televisiva, medios de prensa, internet, redes sociales, etcétera; ciertamente todos estos caminos son propicios para ello. Sin embargo, la tarea seguirá estando inconclusa mientras los científicos no realicemos el esfuerzo de bajar de nuestro pequeño y querido —aunque a menudo desconocido— “Olimpo” para colaborar directamente con ella como obreros, sin aspirar a sacralidad ni —peor aun— utilizar este espacio como vitrina de marketing personal o institucional.

Diffícil labor para nosotros. Atrapados en la vorágine de las reglas que rigen hoy la administración universitaria, con la eterna presión para publicar más y más artículos en revistas indexadas, y con la siempre urgente necesidad de adjudicarnos proyectos, de redactar informes, de evaluar y autoevaluarnos, de acreditar y acreditarlos, aquella que debiese ser una labor primordial —la difusión del conocimiento— ha ido quedando relegada cada vez más al estricto espacio otorgado a nuestras horas de clase. Increíble paradoja: en el período de la historia en que tenemos más medios para conectarnos unos con otros, la subvaloración de toda instancia comunicativa que rompa las reglas

estandarizadas del trabajo académico es abismante. Así, nos resulta mucho más cómodo escribir extensos textos de estudio o largas guías de ejercicios para los estudiantes (por los que seguramente seremos recompensados) que grabar un video que contenga todo esto y subirlo a Vimeo o YouTube para hacerlo accesible a todo el mundo (acción por la cual un estigma de falta de seriedad caerá seguramente sobre nosotros). La divulgación científica se ve así empantanada por perniciosos elementos de la vida académica, a los que se suman la desidia de los estamentos involucrados.

Sin embargo, científicos de todo el mundo han tomado conciencia de este problema, y han incorporado la tarea divulgadora como una de sus misiones primordiales. Contraviniendo las convenciones que supuestamente debieran guiar sus carreras, desafiando la incredulidad e incompreensión de muchos colegas, y “sacrificando” una parte valiosa de su tiempo, han comprendido que son ellos quienes más tienen que decir sobre su propio saber y que, sobre todo, son ellos quienes mejor pueden transmitir su pasión, motor esencial de la ciencia.

¿Vale la pena replicar estas experiencias a escala local? Ciertamente que sí, pero con algo de prudencia. En el ejercicio de la divulgación científica, instintivamente se tiende a reproducir modelos que, pudiendo funcionar perfectamente en otras latitudes, no siempre contribuyen de igual manera en nuestro entorno más cercano. En un país de poca tradición científica como el nuestro, las teorías más elaboradas nos pueden parecer a veces un poco ajenas, especialmente si son el producto del trabajo realizado en regiones distantes. Así, para propiciar un acercamiento no basta solo con hablar de “la ciencia”, sino que también es necesario hablar de “nuestra ciencia”, sin olvidar que los actores principales de esta obra, los científicos, no somos entes inmaculados a través de los cuales se devela la verdad científica, sino que vivimos inmersos en una sociedad cambiante a la que debemos nuestro trabajo.

La tan vilipendiada matemática no ha escapado a esta ola divulgativa. Así lo constatan el trabajo pionero de Hassler Whitney y Martin Gardner en Estados Unidos y de los grandes equi-

pos de divulgadores de la Rusia soviética (muchos de ellos cobijados bajo el alero de la labor descomunal ejecutada por Nikolay Konstantinov a lo largo de varias décadas). Más recientemente, así lo corroboran el trabajo de Hannah Fry, John Barrow, John H. Conway, Marcus du Sautoy y Simon Singh en Inglaterra; de Tadashi Tokieda en Japón; de Tianxin Cai en China; de Ali Nesin en Turquía; de Étienne Ghys y Cédric Villani en Francia; de Nikolai Andreyev en Rusia; de Marta Macho Stadler y Eduardo Sáenz de Cabezón en España; de Pablo Amster y Adrián Paenza en Argentina, y de tantos, tantos otros. Cada uno con su propio estilo, sello local y personalidad, y apuntando a audiencias diferentes, ha sido artífice de las primeras alegrías de cientos de jóvenes que en el futuro seguirán una carrera ya sea técnica o científica, así como del asombro de un público variopinto que se creía completamente ajeno a estos quehaceres. ¡Nada podría ser más gratificante!

Transmitir matemática no es una tarea sencilla, pues suele gozar de la peor reputación. Oscura, aburrida e inútil son solo algunas de las cualidades que a menudo se le atribuyen. Sin embargo, nada de eso se condice con la realidad. La matemática es diáfana, pues es fuente reveladora de una verdad profunda, inmutable e inamovible. También es entretenidísima, pero lamentablemente es enseñada muchas veces en la escuela –y a veces incluso en la universidad– sobre la base de la mecanización y la memorización, las que aniquilan toda curiosidad, y no de la comprensión ni del encantamiento a través de la práctica. Finalmente, es quizás la más útil de todas las ciencias, pues, por una parte, sus métodos, conceptos y lenguaje son usados por todas las otras ciencias y, por otra, es utilizada cotidianamente en las más variadas instancias, que van desde un simple cálculo de vuelto en un almacén hasta el envío de satélites al espacio, pasando por el acontecimiento rutinario más sagrado en estos días: el funcionamiento del teléfono celular.

Este libro es un aporte más a la gigantesca tarea divulgativa de la matemática. Una parte importante de las 33 historias que siguen fueron publicadas en forma de columnas en el diario electrónico *El Mostrador*, aunque aquí son transcritas con un ligero

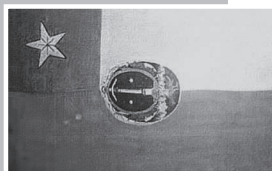
trabajo editorial, el cual incluye actualizaciones, complementación de datos y algunas notas explicativas y comentarios anexos (encerrados en recuadros sombreados en gris) para los más entendidos. Muchos de los relatos restantes se articulan en torno a los primeros y, en general, tienen una extensión mayor por ser más informativos; además, ellos aparecen por primera vez en este libro, salvo excepciones ya publicados en otros medios más especializados, como los sitios electrónicos de divulgación Red-Ciencia (dependiente de Conicyt, Chile) e Images des Mathématiques (dependiente del CNRS, Francia). Aunque la organización tiene un carácter temático (y no sigue necesariamente el orden cronológico de la publicación y/o producción original), los capítulos son esencialmente independientes unos de otros, por lo que pueden ser leídos casi en cualquier orden (varias referencias cruzadas entre ellos se mencionan explícitamente). Hay capítulos para todos los gustos: algunos largos y otros muy cortos, unos novelescos y otros un poco más técnicos, unos cuantos sencillos y otros más complejos, varios divertidos (o, al menos, espero que lo sean) y algunos bastante duros y trágicos. La lectura puede hacerse, además, en distintos niveles de profundidad, por lo que no debe desanimarse en el camino: a través de las siguientes páginas, entre muchas otras cosas, usted podrá sorprenderse con la geometría escondida en los diseños de la bandera de la Independencia de Chile, los balones de fútbol y el Estadio Olímpico de Múnich, aprenderá de embaldosados, cuasicristales y obras de Escher, vislumbrará teorías matemáticas modernas (como la geometría no euclidiana, la topología o la teoría del caos), se enterará de qué se hace en una conferencia de matemática y por qué no existe un Premio Nobel para esta ciencia, y, sobre todo, descubrirá que muchos matemáticos han vivido (y a veces sufrido) intensamente la época en que les tocó existir.

Si bien algunos pasajes del libro pueden parecer un poco densos, aquello no necesariamente es atribuible a mi falta de capacidad para transmitir ideas de manera coloquial. En efecto, a menudo estas ideas no son infinitamente simplificables, pues hay un nivel mínimo desde el cual un concepto primario debe ser reconocido. Por esta razón, haber tratado de rebasar cierto lími-

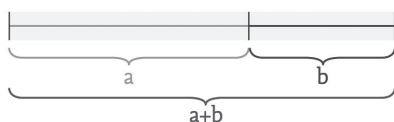
te didáctico hubiese puesto en riesgo la sustancia del texto. Como consecuencia, no es esperable que absolutamente todo lo aquí escrito sea comprendido en una primera lectura, e incluso en una relectura. De hecho, la elaboración de varios capítulos me significó, en algunas ocasiones, largos procesos de estudio y reflexión. En este sentido, sería más bien esperable que este libro despierte su curiosidad animándolo a investigar más allá de lo expuesto. No existe excusa: con un simple clic de búsqueda en internet se puede rastrear un tema por medio de un par de “palabras clave”, y un vendaval de información estará a disposición. A modo de ejemplo, y en relación con el primer capítulo, pruebe con “división áurea” y –al año 2016– tendrá nada menos que 371.000 entradas en Google, incluyendo 155.000 relacionadas con banderas, y 25.400 específicas para la bandera de Chile, incluyendo la página de Wikipedia.

Para orientar un poco la navegación virtual en torno al libro, hemos añadido a nuestras referencias varios de estos documentos, incluyendo –entre otros– artículos accesibles en la web y videos en Vimeo y YouTube. Evidentemente, no reclamo autoría sobre ninguno, sino que simplemente me he servido de ellos en el espacio de libertad que nos confiere la red. Muy probablemente, habrá quienes teman por la eventual caducidad de estos archivos y critiquen este estilo poco ortodoxo para dar referencias. Para soslayar este problema, un repositorio quedará disponible desde el sitio de Facebook “Un viaje a las ideas matemáticas”, al cual dejo extendida una invitación abierta a adherirse y discutir en mayor profundidad los contenidos aquí presentados.

La dimensión hermosa y desconocida de la primera bandera de Chile



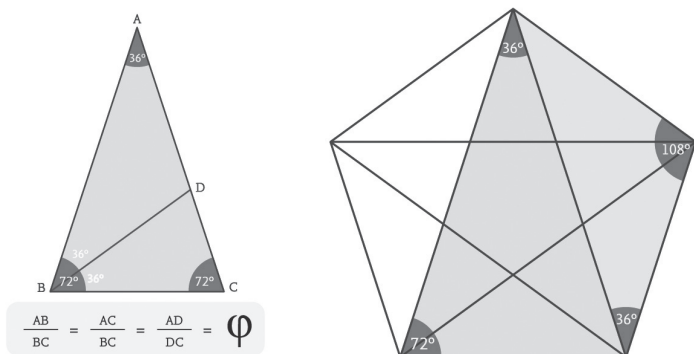
Si se le preguntara a una persona ligada a la matemática cuál es el más hermoso de todos los números, muy probablemente esta le respondería –tal como yo lo haría– que es el número de oro, aquel que usualmente se denota con la letra griega φ (léase “fi”) y tiene el valor $(\sqrt{5} + 1)/2 \sim 1,618...$ Esta elección puede justificarse a partir de la ciencia misma, pero resulta mucho más inspirador hacerlo desde nuestro entorno, pues este número es omnipresente en la naturaleza. La disposición de las hojas en las plantas (filotaxis), la proporción entre diversas partes del cuerpo humano, la forma de las caracolas de mar, etcétera, obedecen a patrones ligados a él. A menudo esto se debe a que en los procesos biológicos rigen leyes de autorreplicación con los cuales φ está intrínsecamente relacionado. En efecto, este número corresponde a la proporción en la que debe ser dividido un trazo para que el todo sea a la parte más grande como esta es a la más pequeña. De esta manera, el número de oro corresponde a algo así como un punto de equilibrio al pasar de una escala mayor a otra menor: φ es el número de la armonía.



$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi = 1,618...$$

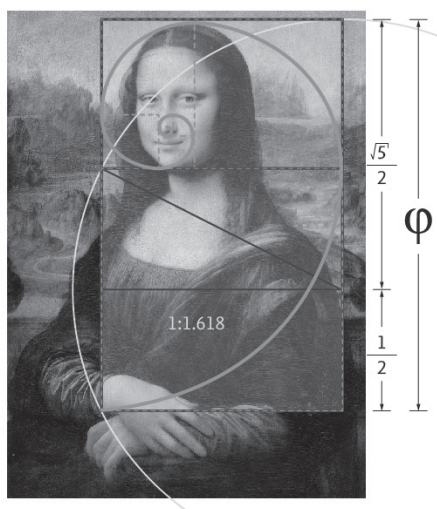
Existen diversos métodos para conseguir esta división (denominada “áurea” o “dorada”), pero tal vez el más sencillo está dado por el conocido “triángulo mágico” (o “triángulo áureo”), aquel de dos ángulos de 72° y uno de 36° . En él, la proporción de los lados mayores respecto del menor es necesariamente igual a φ .

Además, si se divide un ángulo de 72° en dos de 36° , entonces la proyección en el otro lado determina también una división áurea. Otro triángulo con una propiedad similar es el “gnomon áureo”, de dos ángulos de 36° y uno de 108° . En este, la proporción del lado mayor respecto a los menores también es igual a ϕ . El número de oro aparece así estrechamente ligado a un pentágono regular, pues los triángulos y gnómones áureos emergen de él al trazar las diagonales, dando origen a la estrella de cinco puntas.



Se tiene antecedentes de la división áurea desde las tablas sumerias del 3200 a. C., en las que aparece asociada a varios pentagramas. Posteriormente, los antiguos griegos lograron comprender de manera sistemática la importancia de ϕ y su efecto estético, tanto así que lo implementaron en muchas de sus magnas construcciones, como el colosal Partenón de Atenas. De hecho, la notación ϕ se estableció en honor a Fidias, creador de varias de las esculturas del templo. Pero quien hizo de la división áurea una pequeña joya de la cultura en Occidente fue el monje matemático Luca Paccioli, a través de su libro *La divina proporzione* (1509). Esta preciosa obra está ilustrada por su gran amigo Leonardo da Vinci, quien incorporó la proporción áurea en la mayoría de sus pinturas, incluida la más sublime de todas: la *Gioconda* (o *Mona Lisa*). Su simple contemplación nos hace olvidar toda sugerencia a códigos secretos o teorías conspirativas para sobrecogernos ante su bella e insinuante sonrisa. En esta

subyace la perfección de la geometría euclidiana encapsulada en un único y prístino número que no deja de maravillar a artistas, arquitectos, místicos, poetas y científicos: ϕ .



Increíblemente, pese a su relevancia universal, es ampliamente ignorado en nuestro país que el número de oro está anclado también en lo más profundo de nuestra historia, más precisamente, en el diseño de nuestra bandera nacional, la “estrella de Chile”, también conocida como la “estrella solitaria”.

Por mandato de Bernardo O’Higgins, la elaboración de la bandera de la Patria Nueva fue responsabilidad de José Ignacio Zenteno, quien al parecer encargó el diseño al español Antonio Arcos (hay quienes señalan que este fue realizado por otro español: Gregorio de Andía y Varela), siendo la confección de la primera de ellas obra de Dolores Prats de Huici (algunos mencionan a las hermanas Pineda de Concepción). Si bien la estructura y los colores son similares a los de hoy, varios detalles distintivos llaman la atención. Primeramente, constaba de dos escudos diferentes al centro (uno por cada lado). Por otra parte, dentro de la estrella pentagonal incorporaba una de ocho puntas, la *guñelwe*, que en la tradición mapuche representa al planeta Venus y que fue usada por